文章类型：论文|刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

在应用型本科数学教学中融入建模思想的研究

余池增
广东工商职业技术大学
DOI:10.12238/er.v5i1.4488

[摘　要] 应用型本科教育既有普通本科教育的特点,又带有高等职业教育的特质[1]。本文通过四则教学片段,阐述了如何将数学建模思想融入应用型本科数学教学中；这不仅突出了应用型本科数学教学的特点,而且提高了数学课堂的吸引力,同时培养了学生应用数学的能力。
[关键词] 建模思想；教学设计；导数的概念；无穷级数
中图分类号：G422　文献标识码：A

Research on the Integration of Modeling Idea into the Applied Undergraduate Mathematics Teaching

Chizeng Yu
Guangdong Business and Technology University

[Abstract] The applied undergraduate education not only absorbs the characteristics of ordinary undergraduate education, but also incorporates the characteristics of higher vocational education[1]. This paper with four segments of the teaching, elaborated how to integrate modeling idea into the applied mathematical teaching. This not only highlights the characteristics of applied undergraduate mathematics teaching, but also improves the attraction of mathematics classroom and at the same time cultivates students' ability of applied mathematics.
[Key words] modeling idea; teaching design; concept of derivative; infinite series

数学是众多学科不可或缺的一门理论基础课，在应用型本科教学中，不仅要突出它是一门重要的公共基础课，而且要有效地提高学生应用数学意识；而数学建模在培养学生应用数学方面起到了非常重要的作用，因为数学建模是从实际问题当中抽象出数学问题，并用数学符号语言来表达，然后应用数学知识与技能来解决此类数学问题，进而解决实际问题。

由于传统的高等数学课堂，比较注重知识与技能的简单传授而忽略了学生数学思维的形成过程的传授。严谨的公式与定理使得学生只见结构形式，解题方法的学习与技能的传授，机械式地模仿，这让学生学起来枯燥无味，味同嚼蜡。这不利于学生应用数学能力的培养与数学素养的提高。因此，如果将数学建模思想融入数学教学中，这在教学改革与创新方面起到了至关重要的作用。

如何将数学建模思想融入应用型本科数学当中，有效地提高学生应用数学意识，将“枯燥”的课堂焕然一新。下面本文以四个教学片段，阐述了数学建模思想融入数学教学的方案。

教学片段一以《导数的概念》教学设计为例[2]，由于导数的概念在微积分课程当中是核心概念之一，而学生理解导数的概念普遍觉得难以理解，以致于影响后面的学习。本教学设计通过层层深入的五个问题，渗入数学建模思想进行阐述概念，以达到突破教学难点的目的。

播放一段胡佳（国家跳水运动员）在奥运会10米跳台夺冠的视频，给出一个思考题：假如在跳水比赛过程中，胡佳相对水面的高度h（m）与起跳后的时间t（s）所确立的函数关系：

$$h(t)=-4.9t^2+6.5t+10$$

计算胡佳在 $0\le t\le\frac{65}{49}$ 这段时间里的平均速度，并回答下面的二个问题：

（1）胡佳在这段时间里是静止不动的吗？

（2）用平均速度描述胡佳的运动状态有问题吗？

师生互动1

学生通过计算，惊奇地发现胡佳在跳水这段时间内的平均速度为“0”，但是他在这段时间内一直在运动当中的，也就是说不可能是静止不动。这时老师提出了要学生小组讨论解决的二个问题？

创设意图：胡佳在跳水这一过程，激动人心，不但让学生焕发出运动的渴望，而且激发了学生对国家的热爱。这不仅突出了课程思政的要求，还能激起学生求知的欲望，有力地改变了普遍认为数学课堂是乏味的、枯燥的这一观念。其次应用最近发展区理论，创设了学生已有的平均速度的概念与新概念瞬时速度之间的区域[3]，通过教师的引导，让他们更容易地理

Copyright © This work is licensed under a Commons Attibution-Non Commercial 4.0 International License.

解为了精确获得物体的运动状态，就要研究某个时刻的速度，即瞬时速度[1]。

师生互动2

问题1：如何求瞬时速度呢？如 $t=2$ 时的瞬时速度是多少？

提出问题，组织学生讨论，结合学生对平均速度的理解，引导学生研究 $t=2$ 时邻域的平均速度的变化情况。

创设意图：回顾已知的知识与技能，要求瞬时速度就要求靠近 $t=2$ 时平均速度的变化趋势，使的学生更靠近问题的中心。

师生互动3

问题2：所谓的 $t=2$ 时的附近要怎么刻画呢？所对应的平均速度是多少呢？

教师：既然是附近，当然就存在之前与之后这两种情况，而且时间与 $t=2$ 的间隔应足够的小。假如我们用 Δt 来表示时间改变量，引导学生科学地选取 Δt 的值来计算平均速度，也是就求出 $\bar{v}=\dfrac{h(2+\Delta t)-h(2)}{\Delta t}$ 的值。这时给出一组数据：Δt =0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.00001及=－0.1, －0.01, －0.001, －0.0001, －0.00001时，要求学生利用计算器动手实践，即求出在区间[2, 2＋Δt]和区间[2＋, Δt 2]前后10个平均速度 $\bar{v}$ 。

创设意图：通过学生边动手算，边思考一方面可以培养学生的自主学习能力，另一方面可在动手算的过程中感受数的“逼近”的趋势。

师生互动4

问题3：当 Δt 趋近于0时，我们计算的 $t=2$ 前后计算的平均速度有怎样的变化趋势？请将计算的结果填在表格上，思考后回答。

学生通过观察自己所填的表格后发现：在 $t=2$ 时刻，当 Δt 趋近0时，平均速度趋近于一个确定的值-13.1，这时，教师引导学生，这个确定的值也就是瞬时速度，为了表述方便，可用数学符号语言形式来描述，即

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{h(2+\Delta t)-h(2)}{\Delta t}=-13.1,$$

然后教师运用多媒体展示结果，有条件的可制造动画来描述这个过程，让学生更生动地体验逼近的趋势。

创设意图：学生通过团队协作、交流，有利于发扬学生集体主义精神，其次通过数学语言的表达，这不仅有利于增强学生的概括能力，而且有效地培养了学生思维的严谨性。

师生互动5

问题4：同学们既然已经知道了 $t=2$ 时的速度的表示方法，如果胡佳在某个时刻 t_0 的瞬时速度又怎么表示呢？

学生不难发现，只要将 t_0 代替2，可类比得到 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{h(t_0+\Delta t)-h(t_0)}{\Delta t}$。

创设意图：用这种方式给出某一时刻的瞬时速度公式，这是由特殊到一般，由具体到抽象的思维过程，这有利于学生对导数概念的理解。

师生互动6

问题5：如果将解决这两个问题所得到的结果，用函数 $f(x)$ 来表示，那么函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的瞬时速度又如何呢？

结合上述的经验，很容易就得到 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的瞬时变化率可表示为：

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$ 即 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的导数，

记作：

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

（也可记为 $y'\big|_{x=x_0}$ ）

创设意图：将具体问题抽象出数学问题，通过具体问题的数学模型的求解，由特殊到一般，引出了导数的定义，不但帮助了学生对数学概念的理解，而且得到了思维上的升华。

通过《导数的概念》教学设计中的教学情景及五个层层深入的问题，将数学建模思想渗入到了教学中的各个环节，这不但培养了学生应用数学的能力，而且提高了学生学习数学的兴趣。因此，数学建模思想在数学教学中起到了重要的作用。

教学片段二以《常数项级数的概念与性质》教学为例，常数项级数的概念和性质是无穷级数这一章中的第一节课，如果学生对常数项级数的概念把握不住，就会影响到无穷级数后面章节的学习，如何让学生掌握常数项级数的概念以及如何提高学生学习无穷级数的兴趣。文章尝试将数学建模思想融入到这节课当中。

播放一段视频阿基里斯追龟的视频，给出一个思考题：公元前5世纪，芝诺发表了著名的阿基里斯和乌龟赛跑的悖论：他提出让乌龟在阿基里斯前面1000米前开始，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍，当比赛开始后，若阿基里斯跑了1000米，设所用的时间为t，此时，乌龟便领先他100米；当阿基里斯跑完下一个100米时，所用的时间为 $\dfrac{t}{10}$，乌龟仍然前于他10米，当阿基里斯跑完下一个10米时，他所用的时间为 $\dfrac{t}{100}$，乌龟仍然前于他1米，……芝诺解说，阿基里斯能够继续逼近乌龟，但绝不能追上它[5]。

思考下面的问题：

(1)阿基里斯按照这个规则，真的追不上乌龟吗？

(2)如果追的上，阿基里斯跑多少米的时候，能追上乌龟？

师生互动1

经过讨论，学生会发现阿基里斯肯定是能追上乌龟的，但是按照芝诺说法，

Copyright © This work is licensed under a Commons Attibution-Non Commercial 4.0 International License.

第 5 卷◆第 1 期◆版本 1.0◆2022 年
文章类型：论文|刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

也就是说阿基里斯是永远追不上乌龟是合理的。学生就会质疑那到底为什么会产生这样情况的呢？

创设意图：芝诺悖论是数学史上著名的悖论之一，如果能解决这个悖论，无疑能让我们的学生感到振奋;更重要的是，以此实例能激发学生求知欲。这是因为在古代阿基里斯是一个家喻户晓的赛跑能手居然跑不过乌龟，这是不合理的，那到底是为什么呢？学生内心提出这样的疑问。

师生互动2

问题1：请同学们思考一下问题，阿基里斯如果追的上乌龟，那要跑多少？

提出问题，组织讨论，引导他们理解悖论就是在于他追乌龟时，乌龟向前爬的距离分了无数段，然后，一段一段的加以论述的，以致认为阿基里斯永远追不上乌龟。这时教师引导学生理解在无限次追赶的过程中，如果乌龟按照此规则向前爬的距离之和是无限大，那么阿基里斯永远追不上乌龟。

在此处提出无限求和的未知问题，此前，学生已经掌握了有限项求和的问题，如果现在将有限求和转为无限求和呢？很自然地用到了学生之前学习的极限概念。

如建立数学模型：乌龟所爬的距离：

$$1000(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots+\frac{1}{10^{n-1}}+\cdots),$$

进而引出这节课所要讲的常数项级数的概念与性质。

师生互动3

问题2：请再想一想，

$$1000(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots+\frac{1}{10^{n-1}}+\cdots)$$

如何求解呢？

提出问题，组织讨论，引导他们要求这个无穷级数的和，实则是求

$$\lim_{n\to\infty} 1000\frac{\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^{n}\right)}{1-\frac{1}{10}}$$

学生通过计算，不难发现它是有极限的，也就是说阿基里斯肯定能追上乌龟。

创设意图：通过已有的极限知识，引导学生发现求这个无穷级数就是求部分和数列的极限。教师进一步引导，如果给一个无穷级数求和，那我们又如何求解它的和呢？老师引导出一个充要条件是无穷级数的求和等价于部分和数列的极限。这样就将教学中的难点，通过建立数学模型，应用已有的知识与技能来解决数学模型，这不仅开阔了学生的眼界，而且在教学当中无形地加强了学生应用数学的意识与通过数学建模解决实际问题的能力。

教学片段三第一章讲函数这节课，可以举例子：在自然界中，某个现象中的各个变量之间，不都是独立变化的，它们之间存在着依赖关系，让我们观察下面几个例子：(1)当同学们逛商场购买商品时，某种商品的销售单价为 p 元，则其销售额 L 与销售量 x 之间存在什么关系？(2)在早餐时，当我们购买一块圆饼时，圆饼的面积 s 与半径 r 存在什么样的关系？通过生活有趣的事实，建立数学模型，抽象出二个变量之间的相互依赖关系。这种关系是一种对应法则，根据这一对应法则下，就是当一个变量(自变量)在一个非空数集中任意取一个值，都会有唯一确定的变量值(函数值)与之对应，这种对应称为函数。本来“枯燥无味”的函数定义在结合生活实例之后“焕然一新”。

教学片段四讲授《函数的连续性》这节课时，在开始展示几张照片，如河流的流动、植物长成参天大树、教室内外空气的流动、地表温度的连续变化。让学生感受这些变量是连续变化着的，又可叫学生在课堂上画函数的图象，要求学生一笔画出来，在整个过程中不能抬笔，那么这个函数是连续的。这时，学生通过生活中常见的感知与动手，深刻地体验到变量的连续变化着的，随后引入函数的连续性的模型如：

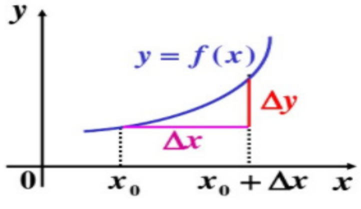

图 1

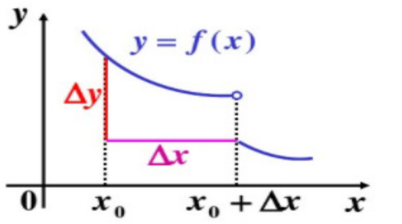

图 2

问题：对比图1与图2分析函数在 x_0 处是否连续？

学生不难发现图1在 x_0 处是连续，在图2不是连续的。那么图1的函数在 x_0 处是连续的，那怎么表达呢？引出函数在 x_0 处是连续的数学模型。

即

$$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta y=0 \text{ 或 } \lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$$

通过上述的教学内容片段的论述，在应用型本科教学中，教师应结合学生已有的知识与经验，多引入有趣的典故、实验及现实生活中的案例，建立数学模型，并通过已有的数学知识与技能来解决数学模型，进而有效地突破课堂中的教学难点。这不但提高了学生的数学素养，而且将“枯燥乏味”的数学课堂“焕然一新”。

[参考文献]

[1]陈荣军,秦立珍.数学建模在应用型本科人才培养中的实践与探索[J],常州工学院学报,2015(10):71-74.

[2]林金灿.导数概念说课稿[EB/OL].(2021-03-27)http://www.doc88.com/p-01773008871736.html.

[3]余池增.“最近发展区”在数学教学中的应用[J],学园,2013(2):143-144.

[4]李大潜.将数学建模思想融入数学类主干课程[J],中国大学数学教学,2016(1):9-11.

[5]阿基里斯悖论的遐想[EB/OL].(2016-05-25)https://wenku.baidu.com/view/c381be05b14e852459fb5721.

作者简介：

余池增(1983--),男,汉族,广东河源人,硕士研究生,广东工商职业技术大学通识教育中心,讲师,研究方向：应用数学。

Copyright © This work is licensed under a Commons Attibution-Non Commercial 4.0 International License.