第 3 卷◆第 6 期◆版本 1.0◆2020 年
文章类型：论文|刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

从“一线三等角”谈模型思想的渗透

覃秀敏
广西大学附属中学
DOI:10.32629/er.v3i6.2786

[摘　要] 模型思想是数学核心素养的重要组成部分,在初中数学中渗透模型思想,能帮助中学生在几何证明中识别基本模型快速找寻思路。数学有很多基本模型如“一线三等角”模型,通过在教学中渗透此模型思想,提高学生数学模型的应用意识。
[关键词] 初中数学；核心素养；一线三等角

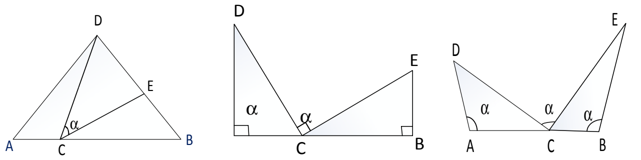
“一线三等角”模型在几何和函数中有着举足轻重的作用,也是初中阶段经典模型之一。接下来以此为例,引导学生自主发现、归纳、应用模型,体会其在全等三角形、平行四边形、函数中的应用过程,感受数学模型的重要价值。

1 问题情境,引入模型

本环节开门见山,引入三个基本图形,先让学生自主证明,再提出问题“三个图形有何共同的特征”,进行小组讨论,学生观察图形易得到,图形中三个角的顶点共线且相等。教师再加以补充归纳引入模型——同时具有三点共线和以其为顶点三个角相等的图形,称之为“一线三等角”模型。

问题一：如图1,已知：

$\angle A=\angle B=\angle DCE=\alpha$，$CD=EC$. 求证：$\Delta ADC\cong\Delta BCE$.



问题中的三个图形均为常见的“一线三等角”型全等,也叫做“ K ”字型,分 $\alpha<90^\circ$，$\alpha=90^\circ$，$\alpha>90^\circ$ 三种情况讨论。再次强调模型的两大特征：① A、C、B 三点共线；②以 A、C、B 为顶点的三个角相等。解决这类问题可根据三角形外角的性质得到另一组等角,最后通过 AAS 证全等。

2 夯实基础,巩固模型

问题二、三的设置以等腰直角三角形为知识背景,增强学生对模型的掌握情况。

问题二：如图2,已知△ADB是等腰直角三角形

$AB=5\sqrt{2}$，$\angle DCE=45^\circ$，$CD=EC$. 求 BE 的长.

教师引导学生分析题目已知条件,由勾股定理算出AD=BD=5,容易得出 $\angle A=\angle B=\angle DCE=45^\circ$，再证 $\Delta ADC\cong\Delta BCE$，很快可以求出 $BE=AC=5\sqrt{2}-5$.

此问难度一般,学生很容易能找出“一线三等角”基本模型,增强其学习自信心,激发学习兴趣。紧接着将题目难度梯度提高,问题三需要作辅助线构造基本模型。

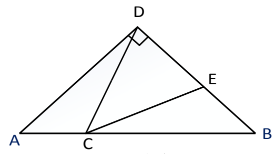


图 2

问题三：如图3,△ACB是等腰直角三角形,直角顶点 $B(-1,0)$，点 $A(0,3)$，试求直线 AC 的解析式.

解决此题,需要过点 C 作 $CE\perp EB$ 突破难点,“一线三等角”基本型映入眼帘,点 C 的坐标 $(-4,1)$ 即可求,利用待定系数法求出直线 AC 的解析式为：$y=\dfrac{1}{2}x+3$.

此环节旨在引导学生在应用模型的过程中渗透类比和由一般到特殊的思想方法,加深学生对模型的理解,学会正确作辅助线构造基本型突破难点。

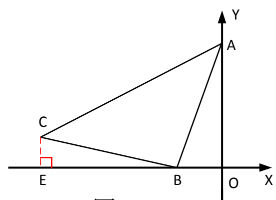


图 3

3 变式探究,应用模型

前面训练两个常见的基本型,学生对一般的“一线三等角”模型得到很好的巩固。下面以等边三角形为知识背景,进一步提高难度梯度,将基本图形进行复杂变式。

问题四：如图4,已知 ΔDCF 和 ΔEFC 为等边三角形,CF 为 $\angle DCE$ 的平分线，$\angle DAC=\angle CBE=\angle DCE$，请判断 ΔAFB 的形状并说明理由.

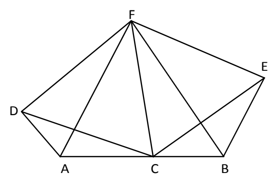


图 4

此题可先求出 $\angle DAC=\angle CBE=\angle DCE=120^{\circ}$，图形相对较复杂，教师引导学生紧扣“一线三等角”模型的两大特征，先分解出基本型 $\Delta ADC\cong\Delta BCE$（AAS），接下来证二次全等 $\Delta ADF\cong\Delta BCF$（SAS），得到 $AF=BF$，$\angle AFB=60^{\circ}$，ΔAFB 为等边三角形即可证。最后总结归纳：要善于在复杂的图形中寻找基本型。

问题难度的层层递进，学生得以从基础巩固达到了能力的提升，照顾到各层次的学生。

4 能力提升，迁移模型

此环节以正方形为知识背景，平面直角坐标系为载体，题目难度较大，需要作两条辅助线构造基本模型。由浅入深，旨在让学生体会模型的广泛应用，体会模型的应用价值。

问题五：如图5，直线 AB：$y_1=2x+4$ 与 x 轴、直线 BC：$y_2=-\frac{4}{3}x+4$ 分别交于点A、B点，且直线BC与 x 轴交于点C，点F为线段AB中点，点G在y轴上移动，连接GF，且在其右侧作正方形GFPQ，当顶点Q落在直线 y_2 上时，求点G的坐标。

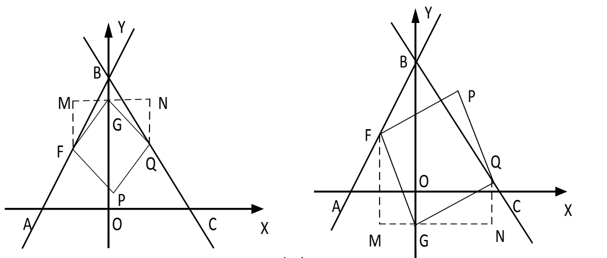


图5

此题学生易求点 $F(-1,2)$，接下来教师加以引导，点G所在位置要分两种情况讨论，在 $(0,2)$ 上或下方。作辅助线构造一线三垂直，过点F作 $FM\perp MN$，过点Q作 $QN\perp MN$，讨论：点 $G(0，a)$ 在 $(0,2)$ 上方时，易证 $\Delta MGF\cong\Delta NQG$，点Q坐标为 $(a-2，a-1)$，可求出 $a=\frac{23}{7}$，点 $G(0,\frac{23}{7})$ 即可求。同理，当点G在 $(0,2)$ 下方时，点G为 $(0,-1)$.

此题为一次函数，正方形等知识综合类题目，学生熟悉“一线三等角”模型能更高效地解决此类问题。

5 适时小结，总结模型

“一线三等角”型的应用很广泛，不仅可用于证全等，还常用于证相似。学生在平时的数学学习中，如果能加强运用模型来解决问题，会事半功倍。数学模型本是同气连枝的，相互间并非孤立存在的，它们由其他条件贯穿并连接。它是数学学习的一种基本方法，是学生获得探索能力的重要途径。模型思想的建立不能一蹴而就，需要循序渐进。教师在渗透模型思想时应当引导学生由浅入深地认识模型，感知模型的无限魅力。

课题项目：

本文系广西教育科学“十三五”规划A类资助经费重点课题《基于数学核心素养背景下渗透模型思想的初中教学研究》(课题立项编号:2017A017)的阶段性研究成果。

[参考文献]

[1]刘冬莲．一节关注“一线三等角”模型课的思考[J].福建中学数学,2020(2):35-37．

[2]韩新正．“一线三等角”性质及其应用[J].数理化学习(初中版),2017(3):20-21．

[3]杜华涛.“一线三等角”的应用[J].中学数学研究,2014(9):38-39.

作者简介：

覃秀敏(1991--),女,广西南宁人,大学本科,中学一级,研究方向:数学教学。