

# 初中数学模型教学的几点体会

高飞

沈阳市第134中学

DOI:10.12238/er.v3i11.3369

**[摘要]** 初中数学模型教学是很多教师普遍采用的一种教学方法,这种方法可以让学生更好的理解数学知识之间的关系,更好地掌握数学知识,提高数学思维能力。教师在使用模型教学时应注重数学语言的转换、构建数学知识结构、感悟数学模型与实际的关系,讲清模型特点并且让学生体会从多角度思考问题。教师在使用模型教学时应该抓住数学教学的核心内容,不可让学生生搬硬套,偏离数学本质。

**[关键词]** 数学模型; 数学模型教学; 思想

**中图分类号:** TQ018 **文献标识码:** A

近几年,初中数学模型教学在实际教学中应用广泛,从教这对于这种教学方法的使用也是褒贬不一,一些教师很好的运用了模型资源,使得学生的认知水平上升了一个层次,也有的教师对于模型解题并没有形成深刻的认识,使得教学出现了问题,本文笔者将结合一名一线教师在实践中对于这种教学方法的体会谈一些见解。

## 1 数学模型与数学模型教学

首先什么是数学模型呢?

数学模型是运用数理逻辑方法和数学语言建构的科学或工程模型。

数学模型的历史可以追溯到人类开始使用数字的时代。随着人类使用数字,就不断地建立各种数学模型,以解决各种各样的实际问题。对于广大的科学技术工作者对大学生的综合素质测评,对教师的工作业绩的评定以及诸如访友,采购等日常活动,都可以建立一个数学模型,确立一个最佳方案。建立数学模型是沟通摆在面前的实际问题与数学工具之间联系的一座必不可少的桥梁。

初中数学教学中的数学模型是为了便于学生着手分析与研究题目,对于复杂题目采用“简化”的方法,对复杂数学问题进行抽象的处理,保留主要因素,略去次要因素,得出的一种能反映数学题目本质特性的理想模式。学生能够通过大量基础模型的学习达到对复杂题目

的分解,从而找到解题思路。

## 2 学生学习数学所遇到的困难

很多学生在学习数学时,是有很强的畏难思想的,原因是长期在学习数学的过程中体会不到成功的喜悦。他们在解题时往往没有思路,看到题目不知道从何思考,从何处入手。对于简单的题目,如果题目内容只包含一个知识点,教师只要准确找到知识欠缺的部分,补足学生的短板,问题还算比较容易解决。但是对于一些复杂的题目,尤其是中考试卷中的拔高题,学生困惑的群体就更加庞大,学生不清楚题目中的条件蕴含着什么样的契机,从哪个角度开始解决问题,如何添加几何题目中的辅助线问题更是学生解题的“死穴”。

学生们需要教师为他们搭建通往解题之路的阶梯,即使不能够完全解决最难的题目,也需要在面对题目时有一个大致的思考的方向,从而通过不断地学习得到提升。

## 3 实施数学模型教学,让学生感悟数学模型思想

实施数学模型教学,可以很好地提升学生的数学综合思维能力。在课堂教学中,教师可以从以下几点入手。

3.1 学会从数学的角度思考问题,增强数学语言感悟能力

很多学生解决数学问题困难,其实是从读题就开始了。很多数学题目的给

出实际上蕴含了一些限制条件或者变相地提供了一些条件,很多学生是不能够理解的。解答数学题目的首要步骤就是审题,而审题的关键就是对数学题目的理解,也就是对数学语言的理解。很多学生因为忽略或者不理解题目中的某个细节而无法高效的解答问题,因此在数学教学中,教师首先要有意识地培养学生的审题能力,对于一些数学语言细致的讲解。

比如:

例题1: 不透明的文具袋中装有规格相同的红、黑两种颜色的通用中性笔芯,其中红色的有3支,黑色的有2支。

(1) 从文具袋中随机抽取1支笔芯,直接写出恰好抽到的是红色笔芯的概率。

(2) 从文具袋中随机抽取2支笔芯,求恰好抽到的都是黑色笔芯的概率。

例题2: 点  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  在函数  $y = -\frac{2}{x}$  的图象上。

(1)  $x_1 < x_2 < 0$ , 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“>”“<”或“=”) )

(2)  $x_1 < 0 < x_2$ , 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“>”“<”或“=”) )

例题3: 菱形的一个内角为  $120^\circ$ , 边长为8, 那么它较短的对角线长是( )

A. 3 B. 4

C. 8 D.  $8\sqrt{3}$

在例题1的第二问中,“从文具袋中随机抽取2支笔芯”这个条件就暗含着“拿出一支笔芯不放回,再拿出一支笔芯”的意思,有些学生不能正确理解题意,致使答题错误。在例题2中,条件“ $x_1 < x_2 < 0$ ”和条件“ $x_1 < 0 < x_2$ ”分别包含了选取的两个点分别在同一象限和不同象限的条件,有些学生对此是不了解的。在例题3中,给出了“菱形的一个内角为 $120^\circ$ ”这一条件,那么题目中蕴含的就是:连接较短的对角线,可以得到两个全等的正三角形。那么类似的条件给出的方法还有:连接菱形较短的对角线,长度等于菱形边长;过菱形一个顶点作对边垂线,垂线平分对边;连接菱形两条对角线,它们的长度比为 $\sqrt{3}:1$ ;一个菱形相邻的两个角的度数比为 $2:1$ 等等,学生如果对这些不同的表述方法均能够理解,那么解决这道数学题就没有问题。

所以在我们的日常教学中,要经常培养学生对“数学语言”的熟练度,做一做“数译汉”、“汉译数”,加强学生的数学语言转化能力,对于学生的解题有很大帮助。而平面几何中的定理都是用文字语言表述的,但是证明时的论证需借助符号语言来表达,其间图形语言作为文字语言和符号语言的必要补充,为数学思维提供直观模型。因此,在平面几何的教学中教师更要注重对三种语言的转化训练。

3.2学会从数学模型的角度分析问题,形成数学的知识框架

构建完整的数学知识框架是我们解决数学问题的基础,想要学好数学必须重视基础概念,必须加深对知识点的理解,然后会运用知识点解决问题,遇到问题自己学会反思及多维度的思考,最后形成自己的思路和方法。学生在某一问题的解决上出现困难,很多时候是他内在的知识体系不完整造成的。比如:中点问题是初中数学试题中比较常见的一类问题,很多学生在解决这类问题时常常找不到合适的方法。对于这类学生,当教者去询问学生:“你知道哪些与中点有关的方法?”,学生往往只能说出两、

三种。事实上,当初中三年的全部知识都学习完毕后,有关于中点的知识模型有如下:

中点定义;(2)中垂线定义、性质;(3)等腰三角形三线合一;(4)直角三角形斜边中线定理;(5)中位线定理;(6)平行线分线段成比例;(7)平行四边形性质定理;(8)倍长中线模型;(9)平行线+中点模型。

如果学生在头脑中存储了这些系统的知识,那么再遇到有关于中点的问题时,学生就会有思路可寻,能够找到思考的方向。所以教师在教学的过程中,要注意不断地帮助学生完善他们头脑中的知识体系,使其在学习的过程中思维日渐丰满,加强知识的思维检索能力。

3.3感悟数学模型解决实际问题的过程

数学是一门实际应用性很强的学科。它不仅具有题材贴近生活,题型功能丰富,涉及知识面广等特点,而且其应用性、创造性及开放性的特征明显。新课程标准把探索培养学生应用数学知识和数学思想方法解决实际问题的能力已落实到各种版本的数学教材中了。在传统的数学教学中,教师不太重视数学在实际生活中的应用,而且大多数的数学题目的确距离生活较远,但是当有合适的情景与机会,我们就应该鼓励学生带着数学的观点融入生活。在数学教学中,让学生真正地到生活中去体会数学模型的实际应用效果,有利于学生对数学模型的掌握和应用。比如:北师大版数学教材在学习不等式这章内容的时候,设置了这样一道题目:

某电信公司有甲、乙两种手机收费业务,甲种业务规定月租费10元,每通话一分钟收费0.3元;乙种业务不收月租费,但是每通话1分钟收费0.4元。你认为何时选择甲种业务对顾客更合算?何时选择乙种业务对顾客更合算?

这个问题可以说是非常贴合学生的实际生活的,教师在教学中可以让学生回家调查身边亲人的手机使用情况,了解话费套餐的使用细则,利用不

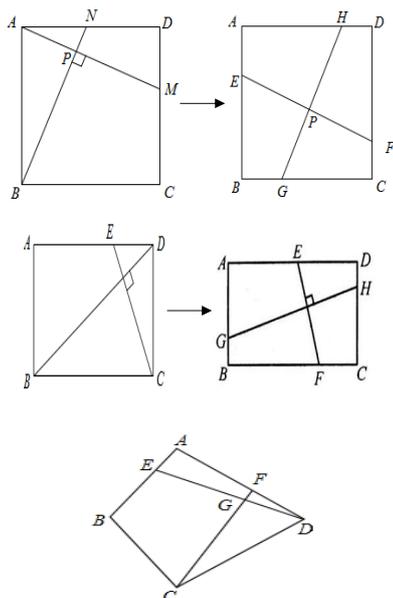
等式组的知识分析计算,最后帮助家人选择何时的话费套餐。在这一实践活动中,学生可以更好的感受数学在实际生活中的运用,而且在这类的问题中,经常会出现学生不太熟悉的名词术语:本地网,通话费、收费标准、通话时间、时间段等,若让学生自己到电信局进行调查将这些名词的意思完全弄明白后,教师再分析讲解,学生就易搞懂了。学生经历“遇到实际问题-利用数学知识解决实际问题-总结数学模型-回顾与反思”的过程,比单纯从课本上学习要理解深刻。

3.4掌握基础模型的特点,增加知识储备

初中阶段,数学模型很多,尤其一些几何模型有着非常显著的特点和一些独特的解题方法,教师在进行习题教学时应该抓住的“根”就是数学模型,习题教学的“魂”在于数学思想方法。好的试题往往将几个熟悉的模型结合在一起,考察学生的多方面能力。所以教师可以通过上专题课的形式,将复杂的问题分解,提炼出每种模型的基本特点、解题方法、常规结论、应用背景等,每个步骤力争实现模型的泛化,解法的通用,让学生掌握问题最本质的内在。这样的课程适合在复习的时候呈现,比如每个学年度的期末复习,或者整个初三最终的备考复习等。

教师在进行模型授课时,一定不能只让学生记忆模型的结论,必须分析模型的由来,也就是说要让学生“知其然”,还要“知其所以然”,这样学生才能在记忆的基础上学会真正的应用。

例如:十字架模型,教师在讲解的时候就要从正方形的特殊情形入手,按照:正方形特殊情况-正方形一般情况-长方形特殊情况-长方形一般情况-简单应用-复杂应用的思路进行授课一定让学生明晰:每一步的结论如何得到,图形之间的条件发生了那些变化,对结论产生了什么样的影响。这样当“十字架”模型融入具体题目中的时候,学生才能从复杂背景中把它认出来,并且选择合适的解法进行解题。

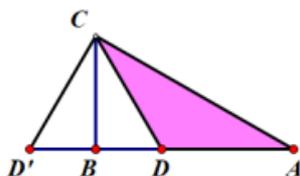


这里第四问的思路：二倍角问题，我们可以利用等腰三角形进行转化。

策略一：

如图：我们如果想在直线BA上找一个点D，使得 $\angle CDB=2\angle CAB$ ，我们只需要构造一个如图所示的等腰 $\triangle ADC$ 。

$$\begin{aligned} \because AD=DC \\ \therefore \angle DCA=\angle CAD \\ \because \angle BDC=\angle DCA+\angle CAD \\ \therefore \angle CDB=2\angle CAB \end{aligned}$$

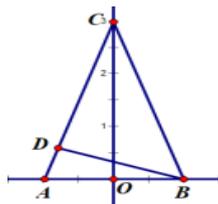


根据对称性，我们知道在CB的左侧还有一个点D'，也满足 $\angle CD'B=2\angle CAB$ 。

策略二：

如图，如果我们想得到 $\angle ACO$ 的二倍角，也可以通过做直线CO的对称图形的方法得到。

$$\begin{aligned} \text{例如：} \because AO=1, CO=3 \\ \therefore \text{根据勾股定理，} AC=\sqrt{10} \\ \because BO=AO=1 \\ \therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2} \times AB \times OC=\frac{1}{2} \times AC \times BD \\ \therefore BD=\frac{3\sqrt{10}}{5} \\ \text{由勾股定理得：} CD=\frac{4\sqrt{10}}{5} \\ \therefore \tan \angle ACB=\frac{CD}{BD}=\frac{3}{4} \end{aligned}$$



根据不同的思路，最终还可以有多做解法呈现。

要想实现学生通过多维度的思考问题，可以在看到题目时，迅速找到解决问题的最优解，就要在平时进行多次练习的，只有在平时的教学中教师多做功课，多尝试，提供给学生更多的可能性，才能让学生在解题过程中快速、准确、简单地计算出试题。

#### 4 模型教学需要注意的问题

由于教师对数学模型教学的热衷，目前的数学模型，尤其是几何模型越来越精炼，越来越趋于让学生掌握完美的结论。这样很多学生在学习完模型后，容易去死记硬背图形、结论。但是当题目背景发生变化的时候，靠死记硬背的学生就无法解出题目来了。所以，教师在讲解模型的时候要注重数学本质，与学生一起分析透彻每条结论形成的原因。学生只有清楚的得知模型的由来，才能真正地融会贯通。

例如：和平移有关的直线运动

(1)将直线 $y=2x$ 沿y轴向上平移一个单位所得图形的解析式。

(2)将直线 $y=2x$ 沿x轴向右平移一个单位所得图形的解析式。

(3)将直线 $y=2x$ 沿 $y=x$ 方向向上平移 $\sqrt{2}$ 个单位所得图形的解析式。

在做这道题目时，有些学生很快就能说出第1题，第2题的结论，原因是学生记得函数平移口诀：上加下减，左加右减。但是做到第三问，由于没有口诀，有些学生就不会做了。所以在做第一、二问时，教师就应该引导学生：求表达式的最根本途径是找到在图像上的特殊点，从而在题目变化时，也能“万变不离其宗”地解决问题。

模型教学对于初中数学教学有着非常大的影响，是初中数学教学开展过程中，教学发展的一种必然要求。教师采取适当的方法，通过模型教学方式，培养学生建模能力，有助于提升学生解决数学综合问题的能力。

#### [参考文献]

[1]钱德春.初中数学“模型”教学之我见[J].中学数学初中版,2016,(5):15-19.

[2]夏冬平.初中数学模型方法的教学尝试[J].数理化学学习教研版,2017,(8):4-5.

[3]刘建勋.初中数学教学中的几点体会[J].读书文摘,2014,(6):88.

#### 作者简介：

高飞(1978--),女,汉族,辽宁人,大学本科,中学一级,研究方向:初中数学教育。

### 3.5 体验模型多种方法解题，发展数学思维

在初中的数学综合题目中，很多题目不止有一种解法，教师在教学时要重视一题多解，因为一题多解是从多角度，多层次，多方向思考和解决数学问题，集中体现了数学思维的宽度和广度，体现出数学方法的严谨性和灵活性，是考验学生知识把握和解题经验的有效形式，也是培养并发散学生数学思维逻辑的良好手段。因此，教师要在教学中多做一题多解的教学设计，以激发学生的主观能动性，引导学生提升数学综合解题能力，提升学生的数学素养。

例如：如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点A(-1, 0), B(3, 0), C(0, 3)，点P是直线BC上方抛物线上的一动点，PE//y轴，交直线BC于点E。连接AP，交直线BC于点D。(1)求抛物线的函数表达式；(2)当AD=2PD时，求点P的坐标；(3)求线段PE的最大值；(4)当线段PE最大时，若点F在直线BC上，且 $\angle EFP=2\angle ACO$ ，直接写出点F的坐标。

