

# 初中生求解一元二次方程的方法应用分析

康廷虎 张佩芝 汪龙雨

西北师范大学心理学院

DOI:10.12238/er.v3i12.3477

**[摘要]** 本研究目的是通过初三学生解一元二次方程的成绩来探讨其使用不同解法的倾向性。结果发现:学生解一元二次方程的成绩良好,对于不同题型优先选用的解题方法存在显著差异,无实数解的题目更多同学优先选用公式法,有解的题目更多选用配方法;并且不同解题方法之间也存在差异,其中无实数解的题目使用的公式法显著多于其他两种方法,而有解的题目使用的公式法和配方法显著多于因式分解法。

**[关键词]** 一元二次方程; 配方法; 公式法; 因式分解法

**中图分类号:** C4 **文献标识码:** A

## 1 问题提出

一元二次方程的应用与求解是初中数学教学中的重点内容,其涉及的问题、题型多样,是中考考试中的重点考查内容,并且一元二次方程的学习能够为二次函数的学习打下坚实的基础,让学生建立良好的思维模式<sup>[1]</sup>,因此一元二次方程不仅是重点内容,也是难点内容,对整个中学数学的学习起到承上启下的关键作用。然而通过对以往相关研究的梳理发现,研究内容大多集中于以下三个方面,一是对一元二次方程教学的研究,如课堂教学情境与解一元二次方程的成功率的研究,当学习的数学对象是方程和函数时,课堂上老师表述的内容与教学对象本应该被传达的内容以及学生所觉察理解的内容一致时,课堂的沟通机制是有效的,在翻转课堂教学模式下,用配方法解一元二次方程的教学案例设计以及深度学习视角下一元二次方程教学策略探究<sup>[4]</sup>;二是一元二次方程解法及应用的研究,例如一元二次方程的配方法、公式法、因式分解法等解法概念、解题步骤及特点<sup>[1]</sup>,对一元二次方程在增长率问题、“每每问题”、图形面积问题、动态几何问题、握手、比赛等多种问题的应用探析<sup>[2]</sup>;三是学生对一元二次方程概念理解的研究,发现高中生很难精确给出一元二次方程的准确概念,

并且他们对一元二次方程概念的理解受限于因式分解的思想,学生对一元二次方程相关问题的理解存在一定的困难<sup>[3]</sup>等。另外我国现行初中数学课程标准要求学生能够“体会具体问题抽象出一元二次方程的过程”,并能掌握一元二次方程的不同解法。在一项关于老师对学生理解一元二次方程的研究中发现,12名教师被试中有6名认为学生在解法的选择上会遇到障碍,4名教师认为在用因式分解法解复杂系数的一元二次方程时学生会有困难,通过教师的回答可以归纳出学生在实际学习中表现出来的较为薄弱环节,即也可以发现对于不同题型学生对解法的选择不同<sup>[4]</sup>。在这些方向的研究基础之上,本文想要探讨学生对一元二次方程中不同解法的掌握程度以及他们会如何使用不同的方法解方程。

## 2 方法

### 2.1 被试

本研究对象为宁夏固原市某中学初三年级的学生,该校初三年级均为平行班,故选取其中一个班的同学作为被试,整个班的同学可以看作是一个正态分布的群体。61人参加测试,其中男生31名,女生30名,M年龄=14.23,SD=0.76。他们已经学习了如何解一元二次方程。

### 2.2 实验材料

本研究的实验材料均为纸质版测试

题目,要求同学们解出正确答案。

测试一:9道一元二次方程题目。均为标准形式的一元二次方程,试卷设置了三种方法的答题区和草稿区,要求学生将所有的答题过程体现在试卷上。其中第3、6、9题无实数解,其余题目均可用因式分解法、配方法、公式法三种方法解出;测试学生使用不同解法的倾向;测试时间50分钟。

测试二:标准瑞文推理测验。测验一共由60个题目组成,分为5组,每组12题。A、B、C、D、E五组题目难度逐渐增加,每组内部题目也是由易到难排列。答题卡与试题册是分开的;测试学生智力水平,测试时间45分钟。

### 2.3 实验过程

每位被试均需要完成两个测试,测试一要求将所有的解题过程体现在答题纸上,测试二只需要将答案填在答题卡上相应的位置即可。两项测验均在学校相连的一节数学课和一节自习课上进行集中测试。第一节数学课,要求座位为奇数列的同学先完成测试一,偶数列的同学完成测试二;第二节自习课,座位为奇数列的同学完成测试二,偶数列的同学完成测试一。测试过程中由主试和数学老师监考,不允许同学们之间进行任何有关测试的交流。

## 3 讨论

本研究探讨了初中生解一元二次方程的成绩及解题方法的选用倾向。结果发现,初中生可以较好地求解一元二次方程,但在求解方法的选用上存在显著差异,选用配方法和公式法的同学显著多于因式分解法,反映了初中生对三种解法不同的掌握程度。

### 3.1 学生解一元二次方程的成绩表现

学生解一元二次方程时,成绩良好。每道题目的正确率均大于百分之七十,九道题目中,有五道题目的正确率达到了百分之九十以上,说明学生都已经比较好地掌握了解一元二次方程的方法,大多数情况下可以正确的求出方程的解。学生解题正确率与题目的题型无显著差异,第3、6、9题这三道无解题目的正确率与其它题目并没有明显的区别,这说明学生能否正确解出一元二次方程的解,与方程本身有无实数根并没有直接关系。在九道题目中,第4题和第8题的错误率相对较高,这两道题目都是有解的题型,但是它们的二次项系数均不为1,都是 $4x^2$ ,相对于其他二次项系数均为1的有解的题目而言,这两道题目稍微复杂一点,无论是运用配方法,公式法还是因式分解法,计算量和计算难度都略大一些。

### 3.2 一元二次方程题型对选用不同解题方法的影响

对于不同的题型,选用的解题方法之间存在显著差异。对于无解的题目,利用公式法中根的判别式来证明题目无实数根是必然要求,所以绝大多数同学都选用了公式法,说明学生对根的判别式即根与系数的关系已经掌握。极少数同学在判断出方程无解后,仍然将三种方法都写在试卷上,说明学生并没有很好地掌握这三种方法的意义及用途,对

于无解的题目,这样做是完全没有必要的,对于题目要求的理解也过于死板。对于有解的题目,绝大多数同学都使用了配方法和公式法,公式法略多于配方法,差距很小,说明学生已经基本掌握了这两种解一元二次方程的方法。而因式分解法的选用显著少于配方法和公式法,只有少部分同学使用了因式分解法,由于题目难度并不高,并且大部分题目用因式分解法反而更简便,这说明学生并没有很好地掌握因式分解法,不能很好地运用到解一元二次方程的过程中,而大多数学生为何没有掌握因式分解法,在解题过程中没有选用,原因有待进一步探讨。

### 3.3 学生解一元二次方程时优先选用方法对正确率的影响

研究发现,学生解一元二次方程时优先选用方法与正确率之间存在显著差异。优先选用因式分解法的学生正确率最高,其次是公式法,优先选用配方法的同学正确率最低。这一研究结果表明优先选用因式分解法的学生更好地掌握了解一元二次方程的方法,他们不仅可以最快找到最优的解法,同时还保证了较高的正确率,优先使用公式法和配方法的同学还需要进一步加强求解一元二次方程的学习,提高正确率。这也反映了因式分解法对于初中生来说难度更大,需要加强教学,使学生更好的掌握因式分解法,提高一元二次方程解题的正确率。

综上,根据本实验的研究结果,教师在一元二次方程的教学过程中可以参考以下建议:(1)加强对初中生因式分解法的教学,让更多学生掌握因式分解法并且能够灵活运用,提高解题正确率;(2)加强初中生对一元二次方程解的理解和思维灵活性的训练,尤其对于已用公式

法判定了的无解的题目,无需再使用其他方法;(3)对于数学成绩较差的学生,建议教师在教学时,对他们掌握解题方法的目标顺序设定为公式法、配方法、因式分解法。本研究发现初中生在选用一元二次方程的三种解法之间存在显著差异,但对于原因的探究仍有不足,未来可以通过访谈法、个案分析法等方法进行进一步研究,为一元二次方程的教学提供更有针对性参考。

## 4 结论

在本实验条件下,可以得出以下结论:

(1)学生解一元二次方程的成绩良好,解题正确率与题型并无显著关系。(2)对于不同的题型,学生优先选用的解题方法不同,无实数解的题目更多同学优先选用公式法,有解的题目更多选用配方法。(3)对于不同的题型,学生选用的解题方法存在显著差异,无实数解的题目公式法显著多于其他两种方法,有解的题目公式法和配方法显著多于因式分解法。

## [参考文献]

- [1]唐寿.浅谈初中数学一元二次方程的解法及其应用[J].基础教育论坛,2019(20):40-41.
- [2]丁波.一元二次方程的多种应用探析[J].中学数学,2019(24):54-55.
- [3]姚瑾.初中生对一元二次方程的理解[D].华东师范大学,2013.
- [4]曲瑞卿.浅谈一元二次方程的解法[J].现代交际,2013(01):163.

## 作者简介:

康廷虎(1978—),男,汉族,甘肃定西人,教授,博士生导师,主要从事情景知觉与民族文化认同,大学生就业能力及职业决策的相关研究。