教育研究
Education Research
第 4 卷◆第 3 期◆版本 1.0◆2021 年
文章类型：论文|刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

论军事院校概率论与数理统计教学中数学思维的培养

周翔
陆军步兵学院
DOI:10.12238/er.v4i3.3749

[摘　要] 军事院校基础课程的教学不仅仅是传授基础知识、基本思想和方法,更应注重对基础课程背后隐性思维方式的挖掘。本文结合概率论与数理统计课程,对课堂教学中如何培养学员的数学思维进行一些思考。
[关键词] 概率论与数理统计；隐性；数学思维
中图分类号：C931.1　文献标识码：A

On the Cultivation of Mathematical Thinking in the Teaching of Probability Theory and Mathematical Statistics in Military Academy

Xiang Zhou
Army Infantry Academy, Nanchang

[Abstract] The teaching of basic courses in military academies is not only to impart basic knowledge, basic ideas and methods, but also to dig out the hidden ways of thinking behind the basic courses. This article combines the courses of probability theory and mathematical statistics to give some thoughts on how to cultivate students' mathematical thinking in classroom teaching.
[Keywords] probability theory and mathematical statistics; recessive; mathematical thinking

概率论与数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科,是军事院校生长军官本科教育的必修基础课程之一,具有不可或缺的地位。因军事院校的特殊性,遵循为军事服务的原则,需要将人才培养供给侧同未来战场需求侧精准对接,同时结合军事院校的专业特点和人才培养方案,概率论与数理统计的课堂教学质量要求更高。教员在教学过程中不仅要传授知识、思想和方法等这些显性的知识结构、框架等,更重要的是将概率论与数理统计课程背后隐性的思维方式渗透到日常教学过程中,启迪学员的智慧,挖掘学员的潜能,培养学员的数学思维能力以及创新能力。在教学过程中做到隐于显中,显于隐中,富隐之显的课堂教学质量将更高。本文将结合教学实际,对概率论与数理统计教学中如何培养学员的数学思维进行一些思考。

1 随机性思维在教学中的体现

概率论与数理统计是工科学生三门数学必修课的最后一门,它的基础是微积分和线性代数,其特点是更加严谨抽象且生涩难懂。故在课程开始就引导学员用新的思维方式—随机性思维来思考、分析和解决问题就显的相当重要。

传统思维的确定性是客观事物的质的规定性在思维中的反映,任何客观事物都有其质的规定性,并以此和其他一切事物区分开来,通常在人们早期的认识中,认为问题的答案是固定的。然而现实世界中很多问题并没有“标准”答案,其原因在于任何事物又都是在运动、变化、发展着的,日常生活中、军事训练中等随机现象也是广泛存在,如“射击时子弹是否命中”“炮弹的弹着点”等。因为随机现象是由大量微小的随机因素共同作用的结果,对于随机现象,很难做到有完全准确无误的判断。

但是,客观事物又不是变化无常、不可捉摸的,任何事物在它发展的一定阶段上,都具有相对的稳定性,或者叫做质的规定性。例如,概率论与数理统计发展史中著名的抛硬币试验,抛一枚硬币,可能出现正面或者反面,出现的结果是随机的。但是如果将一枚硬币重复地抛很多次,却可以知道大约50%次数出现正面或反面。也就是说随机现象虽然具有偶然性,但大量随机现象却蕴含着必然性。概率论中重要地极限理论之一“大数定律”地核心思想就是：大量随机现象地平均结果具有稳定性。在教学中,教员应当在确定性思维基础上,引导学生用随机性的思维,思考、分析问题,透过表像的偶然寻求内部的必然联系,提高学员的思维品质。

2 辩证思维在教学中的体现

概率论与数理统计中包含着大量的辩证法思想,如：偶然与必然、量变与质变等,教员在教学中能合理渗透辩证法思想,引导学员将辩证思维和概率统计

第 4 卷◆第 3 期◆版本 1.0◆2021 年
文章类型：论文|刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

思维有机结合，可以更好地帮助学员理解教学内容，将概率论深刻的思想内容，内化为自身的数学素质，提高智力品质，完善思维结构。

在概率论中，我们把概率很小（接近于0）的事件称为小概率事件。小概率事件在一次试验或少量的几次试验中，虽然有可能出现，但是出现的可能性小，可称为“几乎不可能“事件。但是在大量重复独立试验中，小概率事件的概率会变得接近于1，成为大概率事件。因为大概率事件出现的可能性很大，可称为”几乎必然“事件，小概率事件原理是数理统计中重要的原理之一，在教学中需要引导学员辩证的看待小概率事件。

例如军事院校因体技能训练量相对较大，学员在课堂上瞌睡的现象普遍存在，为杜绝这一现象，对上课睡觉的学员管理也相对严格。假如领导在某次课堂巡视过程中，偶然发现一次“张三”在睡觉，那“张三”给人的印象就是在课堂中经常睡觉，这种偶然中蕴含着必然。

再比如“假前教育”是军队院校安全形势教育的必要环节。现假设学员、教职员工等在假期出现安全事故的可能性为1‰，全院教职员工大约5000人，计算在假期出现安全事故的概率。

解：设A_i表示学员、教职员工等在假设出现安全事故（i=1, 2, …, n），由题意可认为各事件A_i相互独立，因此假期出现安全事故的概率为：

$$P\left(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\right)=$$

$$1-P\left(\overline{A}_1\cap\overline{A}_2\cap\cdots\cap\overline{A}_n\right)$$

$$=1-0.999^n$$

全院师生假期出现安全的概率为

$$P\left(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_{5000}\right)=$$

$$1-0.999^{5000}\approx 0.993$$

从小概率0.001到大概率0.993的转变，从“几乎不可能事件”到“几乎必然事件”的转变。随着试验次数的不断增加，小概率事件经过“量”的不断积累，产生了“质”的飞跃，同时也让学员进一步认识到院校假前教育的必要性。

3 发散性思维在教学中的体现

发散性思维的对立面是聚合性思维，聚合性思维又称为求同思维法，是将广阔的思路聚焦集成一个焦点的方法，它是一种有方向、有范围、有条理的收敛性思维方式。发散思维也称求异思维，是指大脑在思维时呈现的一种扩散状态的思维模式。大多数学员通常都只能是擅长其中一种思维方式，相比之下，更擅长聚合性思维。在概率论与数理统计的教学中，教员如果能在聚合思维的基础上，恰当地引导学员运用发散性思维，从多角度、多方面的思考问题、分析问题，将极大地调动学生的学习兴趣，同时思维能力也得到进一步拓展与提升。在教学过程中一题多解就是发散性思维的最好体现。

例：从5双不同的鞋子中任取4只，问这4只鞋子中至少有两只配成一双的概率是多少？

解：以表示事件“所取4只鞋子中至少有两只配成一双鞋子”，则表示事件“所取4只鞋子无配对”

解法1：从10只鞋子中任取4只，共有C_{10}^4种取法，即$N\left(S\right)=C_{10}^4$。先从5双鞋子种任取4双共有C_5^4种取法，再从取出的每双鞋子中各取出1只，共有2^4种取法，即$N\left(\overline{A}\right)=2^4C_5^4$，故

$$P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{2^4C_5^4}{C_{10}^4}=\frac{13}{21}$$

解法2：考虑4只鞋子是有次序一只一只的取出。从5双鞋子中任取4只共有10×9×8×7种取法，即$N\left(S\right)=10\times9\times8\times7$。先任取一只，共有10种取法，第二只只能在剩下的9只中除去与已取得第一只配对的8只鞋子中任取一只，共8种取法。同理第三只、第四只各有6种、4种取法，从而$N\left(\overline{A}\right)=10\times8\times6\times4$，故

$$P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{10\times8\times6\times4}{10\times9\times8\times7}=\frac{13}{21}$$

解法3：先从5只左脚鞋子种任取k只（k=0, 1, 2, 3, 4），有C_5^k种取法，而剩下的4-k只鞋子只能从（5-k）只右脚鞋子中选取，即对于每个固定的k，有$C_5^kC_{5-k}^{4-k}$种取法，即

$$N\left(\overline{A}\right)=\sum_{k=0}^{4}C_5^kC_{5-k}^{4-k}=80$$，故

$$P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{80}{C_{10}^4}=\frac{13}{21}$$

解法4：以A_i表示事件“所取4只鞋子中恰能配成i双”（i=1, 2），则$A=A_1\cup A_2$，$A_1A_2=\varnothing$，故$P\left(A\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)$。因$A_2$为4只恰能配成2双，它可直接从5双鞋子中成双地取出，故$N\left(A_2\right)=C_5^2$。$N\left(A_1\right)$的算法是：先从5双中取1双，共有C_5^1种取法，另外两只从其他8只中取，共有C_8^2种取法，不过这种取法中将成双的算在内，应去掉。从而$N\left(A_1\right)=C_5^1\left[C_8^2-C_4^1\right]=120$，总共的取法还是$C_{10}^4=210$种，故

$$P\left(A\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)=\frac{120}{210}+\frac{10}{210}=\frac{13}{21}$$

本题从不同的角度来思考问题、解决问题，能拓宽学员的思路，同时锻炼了发散性思维。

4 批判性思维在教学中的体现

批判性思维就是通过一定的标准评价思维，进而改善思维，是合理的、反思性的思维，既是思维技能，也是思维倾向。通常是指用质疑、批判的态度来思考问题，批判性思考主要有三要素：问题、回答以及对回答的支持，在思考的过程中不断地作出评判。批判性思维主要表现为一种检查性思考，是对已有结果的一种审查，往往有独到的见解和判断。批判性思维既是求异思维，也是创造思维。在概率论与数理统计的教学中，应引导学员用批判性的思维方式来研究问题，鼓励学员对所研究对象的科学性及价值做出评判，这种评判当然不是对已有知识的完全否定，而是对已有知识的扬弃、发展和创新。

例如：2020年新冠肺炎疫情的突然来袭，给人民的生命财产和身体健康带来了巨大挑战。在党中央的正确领导，全国人民的共同努力下，疫情防控取得重大成功。若以A表示事件“核酸检测为阳性”，以C表示事件“被诊断者感染新冠肺炎病毒”，设 $P\left(A\middle|C\right)=0.95$，$P\left(\overline{A}\middle|\overline{C}\right)=0.95$，现在对自然人群进行全面核酸检测，被检验的人群患有新冠病毒的概率为0.005，即 $P(C)=0.005$，试求 $P\left(A\middle|C\right)$

解：依题意可知 $P\left(A\middle|C\right)=0.95$，$P\left(A\middle|\overline{C}\right)=1-P\left(\overline{A}\middle|\overline{C}\right)=0.05$，$P(C)=0.005$，$P\left(\overline{C}\right)=0.995$，由贝叶斯公式

$$P\left(C\middle|A\right)=\frac{P\left(A\middle|C\right)P(C)}{P\left(A\middle|C\right)P(C)+P\left(A\middle|\overline{C}\right)P\left(\overline{C}\right)}=0.087$$

在讲解本题时，教员应当对运算结果的含义进行分析，引导学员大胆质疑，对所研究结果的真实性、价值做出评判。结果表明，虽然 $P\left(A\middle|C\right)=0.95$，$P\left(\overline{A}\middle|\overline{C}\right)=0.95$，这两个概率都比较高。但当对人群进行全面核酸检测时，有 $P\left(C\middle|A\right)=0.087$，即其正确率只有8.7%(平均1000个具有阳性反应的人中大约只有87人确被感染新冠病毒)，也就是检出阳性的人其实被感染的几率也很低，存在着“假阳性”一说。虽说几率低，但为什么我们对阳性的结果的被检查者却又如此重视呢？这又需要我们从犯错误决策的代价来考虑，两种错误决策：“检测结果为阳性的未被感染者”和“检测结果为阴性的感染者”，后者的代价更严重。教学过程中，通过这些“题外话”，培养学员的批判性思维，不仅能调动学员的学习热情，提高学员的主动参与意识，而且可以提高学员思考问题的严谨性、深刻性。

在军事院校概率论与数理统计等基础课程的教学过程中更应注重对数学思维方式的培养。不仅可以让学员更深刻地理解概率统计知识、思想和方法，还可以引导学员用隐性的数学思维去分析、解决日后任职过程中的军事问题，增强应用数学意识、提升创新能力，促进学员综合素质的全面发展。

[参考文献]

[1]盛骤,谢式千,潘承毅.《概率论与数理统计》[M].4 版.北京:高等教育出版社,2008.

[2]张德然.概率论思维论[M].北京:中国科学技术大学出版社,2005.

[3]李立明,魏君,孙旭阳.概率论教学中培养数学思维的探讨[J].吉林广播电视大学学报,2018,(02):87-88+121.

[4]徐静.概率论教学中思维品质的培养[J].大学数学,2011,27(5):200-202.

作者简介：

周翔(1993--),男,汉族,湖北黄冈人,硕士,助教,从事大学数学教学工作。