文章类型：论文 | 刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

概率论与数理统计课程思政案例的探究

杨美丽
新疆理工学院
DOI:10.12238/er.v7i7.5274

摘　要：概率论与数理统计作为数学的一个重要的分支，在各个领域的应用都非常广泛。本文主要研究以概率论与数理统计课程的教学内容为基础，贯彻课程思政的教学理念，结合实际生活来设计思政案例，从概率论课程中的小概率事件、事件独立性、正态分布、数学期望、点估计等相关的内容以及数学家的事迹中深入挖掘思政元素，将这些思政元素有效的融入教学过程中，实现“知识传授”与“价值引领”相统一，提高课堂教学质量，培养学生的创新能力和科学探究精神。
关键词：概率论；思政案例；课程思政
中图分类号：G41　**文献标识码**：A

Exploration of Ideological and Political Theories Teaching Cases in Probability Theory and Mathematical Statistics Courses

Meili Yang
Xinjiang Institute of Technology

Abstract: Probability Theory and Mathematical Statistics, as important branches of Mathematics, are widely used in various fields. This article mainly studies the teaching content of Probability Theory and Mathematical Statistics courses, implements the teaching philosophy of ideological and political education, and designs ideological and political cases based on practical life. It deeply explores ideological and political elements from the content of probability theory courses such as small probability events, event independence, normal distribution, Mathematical expectations, point estimation, and the deeds of Mathematicians. These ideological and political elements are effectively integrated into the teaching process, achieving the unity of “knowledge transmission” and “value guidance”, improving the quality of classroom teaching, cultivating students’ innovation ability and scientific exploration spirit.
Keywords: Probability Theory; Mathematical Statistics; Ideological and political theories teaching

绪论

《概率论与数理统计》是研究大量随机现象的统计规律性的一门课程[1]。在《概率论与数理统计》课程的教学过程中普遍存在重理论轻应用这样的问题。首先在教学过程中基本上对概率论与数理统计课程的基本知识以及理论部分讲授的比较详细，与实际生活相关的案例讲得相对比较少，学生在学习的过程中存在应用理论知识分析和解决实际问题的能力不足的情况；其次是教学方法与教学模式相对来说还是比较传统,对课堂教学模式的创新比较少，在教学过程中多数是以传统的教学模式进行，多数情况下主要还是以教师讲授为主，学生没有真正参与到课堂中去，课堂中缺乏互动，学生在课堂中主动学习的积极性不高，导致课堂的教学目标难以完成。第三就是课程思政的挖掘。概率论与数理统计这门课程是基础科目，在理工科院校都要开课，目前存在的问题是本课程中课程思政的设计仍然存在不足，教学过程中需要持续思考，不断丰富课程思政的教学内涵。针对上述在教学过程中发现所存在的一系列问题，有必要对概率论与数理统计课堂教学进行改革，目前有许多教师在概率论与数理统计课程教学改革方面取得了一定的成果。例如，在概率论课程教学过程融入课程思政，挖掘生活中的例子，整个课堂教学过程设计中以学生为中心，让学生参与课堂，提高学生主动学习的积极性，通过这门课程的学习之后，让学生体会到这门课在现实生活中的应用。

1 概率论课程思政的教学设计素材

在事件独立性的讲授过程中可以引入相关的历史事件。

对事件 A、B，若 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称 A 与 B 是相互独立的。

n 个事件的独立性若事件，$A_1,A_2,A_3,\cdots,A_n$ 中任意两个事件相互独立若事件 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_n$ 中任意两个事

文章类型：论文 | 刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

件相互独立，则称 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_n$ 两两独立。设 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_n$ 为 n 个事件，若对于任意 $k(1<k\le n)$ 及 $1\le i_1<i_2<\cdots<i_k\le n$，都有 $P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k})$ 则称 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_n$ 相互独立[2]。

在引入多个事件相互]独立的概念可以给出相关的故事，比如“狄青扔铜钱稳军心”这个故事。公元1053年，北宋大将狄青奉命征讨南方侬智高叛乱，他在誓师时，当着全体将士的面拿出100枚铜钱说：“此次作战若能取得胜利，这100枚铜钱定会全部正面朝上。”当狄青把100枚铜钱当众抛出后，神奇的一幕发生了，100枚铜钱竟然全部正面朝上。顿时，军队中爆发出阵阵欢呼，于是宋军士气大振，最终将叛军打得流水落花。提出问题狄青此举可信吗？让学生对此问题进行相关的讨论。

解:设 $A_i=$“第i枚铜钱正面朝上” $i=1,2,3,\cdots,100$，每个铜钱之间相互独立。

$$P(A_1A_2\cdots A_{100})=P(A_1)P(A_2)P(A_3)\cdots P(A_{100})=(\frac{1}{2})^{100}$$

通过计算可以得出这个事件发生的概率很小，是一个小概率事件，在一次试验中是不可能发生的，所以狄青此举不可信。

通过讲解生活中实例，例如：三个臭皮匠顶一个诸葛亮，给出两个例子，让学生通过计算来理解多个事件独立性的概念。

1.1 某问题诸葛亮能解出的把握有80%，臭皮匠老大的把握是50%，臭皮匠老二的把握是45%，老三解出的把握只有40%，那么三个臭皮匠能胜过诸葛亮吗？

1.2 某问题诸葛亮能解出的把握有80%，臭皮匠老大的把握是50%，臭皮匠老二的把握是40%，老三解出的把握只有30%，那么三个臭皮匠能胜过诸葛亮吗？

第一种情况计算出来结果

$$P(A_1\cup A_2\cup A_3)=1-P(\overline{A_1\cup A_2\cup A_3})=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})$$
$$=1-P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3})=1-0.5\cdot0.55\cdot0.6=0.835>0.8$$

计算结果臭皮匠团队胜出的概率为0.835大于诸葛亮胜出的概率，所以“臭皮匠团队”胜出。

第二种 情况计算出来结果

$$P(B_1\cup B_2\cup B_3)=1-P(\overline{B_1\cup B_2\cup B_3})=1-P(\overline{B_1}\,\overline{B_2}\,\overline{B_3})$$
$$=1-P(\overline{B_1})P(\overline{B_2})P(\overline{B_3})=1-0.5\cdot0.6\cdot0.7=0.79<0.8$$

计算三个“臭皮匠”获胜的概率为0.79低于“诸葛亮”获胜的概率，所以这次是“诸葛亮”胜出。

通过给出两个例子，让学生对多个事件独立性概念以及对计算多个事件相互独立的情况下，事件发生的概率的计算有所掌握，同时在学习多个事件独立性和相关生活实例之后让学生认识到团队合作的重要性以及每个人的能力在团队中所起的作用是非常大的。

2 概率论课程教学过程中思政案例的融入

2.1 泊松分布—引入保险费用问题导入新课，激发兴趣

随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$，$k=0,1,2,\cdots$，其中

$\lambda>0$ 是常数，则称 X 服从参数为 λ 的泊松分布[3]。

例如，学校为在校学生购买意外伤害险的保费，为什么比社会人员购买同款保险的保费便宜？通过此问题引出本节课程的内容，激发学习兴趣和探索欲。通过设计保险费用问题发现在特定人群内，人身意外伤害发生的次数服从二项分布,由此可以计算保险公司的盈利情况。在计算过程中,引导学生发现新问题,例如,在算二项分布的时候，计算量太大，通过此问题激发学生寻求新的方法去解决问题。

例1 某保险公司拟推出在校大学生意外伤害险，每位参保人交付50元保费，出险时可获得2万元赔付；已知一年中的出险率为0.15%，现有6000名新生欲参加保险。求保险公司因开展这项业务获利不少于6万元的概率。

分析：设 X :参加保险者6000人中的出险人数，故 $X\sim B(6000,0.0015)$ 保险公司一年内这项保险收入是30万元，获利不少于6万元，即赔付金额不多于24万元，也即一年内获赔人数不多于12人。

$$P(X\le12)=\sum_{k=0}^{12}C_{6000}^{K}(0.0015)^k\times(1-0.0015)^{6000-k}$$

如果直接计算，计算量比较大，那么在 n 比较大, p 比较小，或者 np 适中时，二项分布的概率如何计算？

$$X\sim B(6000,0.0015)\approx X\sim P(\lambda=np=9)$$

$$P(X\le12)=\sum_{k=0}^{12}C_{6000}^{K}(0.0015)^k\times(1-0.0015)^{6000-k}$$

$\approx\sum_{k=0}^{12}\frac{9^k e^{-9}}{K!}=0.876$ 通过对出险人数的分析,将保险公司获利问题转化为二项分布的计算问题采用泊松分布近似计算.二项分布与泊松分布是完全不同的两种概率分布，但他们又存在必然的联系，为学生揭示了事物是普遍联系的唯物主义史观。

2.2 数学期望——分赌本问题

离散型随机变量 X 的分布律为

$P\{X=x_k\}=p_k, k=1,2,3\cdots$，$\sum_{k=1}^{\infty}x_k p_k$ 绝对收敛,则

第 7 卷◆第 7 期◆版本 1.0◆2024 年
文章类型：论文 | 刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

称$\sum_{k=1}^{\infty}x_k p_k$的和为随机变量$X$的数学期望$E(X)$，即

$$E(X)=\sum_{k=1}^{\infty}x_k p_k$$ 。

数学期望的概念以及它的应用可以讲述一个例子来引入。通过选取概率发展史上著名的“分赌本”问题引入教学,在讲述发展史上著名的分赌本问题，让学生了解概念论中数学期望这个概念。今天看来很简单的问题，但却促进了概率论的诞生,对学生有启发性。

2.3 协方差与相关系数--引入身高与体重两个变量

对于二维随机变量(X,Y)，

称$E\{[X-E(X)][Y-E(Y)]\}$为随机变量X，Y的协方差。

随机变量X，Y的相关系数，记为ρ_{XY}，即

$$\rho_{XY}=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(X)}}$$ [4]

在讲述协方差的概念时可以融入的思政点是身高与体重关联，首先让学生回顾方差的相关概念,因为协方差是由方差的引入而来的。方差是反映随机变量的取值与其期望的偏离程度,但是当学到二维随机变量时，就要对每个随机变量去进行分析求它的离散程度，不仅如此，还想了解其两个随机变量之间存在的关系。假设要研究人的身高和体重，就需要去采集一些数据，通过一些简单的分析可以发现，虽然不同的人，体质会不同，但是研究发现身高越高的样本似乎具备更大的体重，在这种情况下要确定两个变量的关系，那如何衡量这种关系呢？若单独求两个随机变量的方差是不可以的,因此协方差的概念就出现了。协方差的效果是：协方差的值若大于 0，则说明两者是正相关的(数值越大，相关性越强)，若结果为小于 0，就说明负相关的，如果协方差的值为 0，也就是统计中说的“相互独立”。即两个随机变量X，Y相互独立，则相关系数$\rho_{XY}=0$。

例 2 设X在$[0,2\pi]$上服从均匀分布，$Y=\cos X, Z=\cos(X+a)$，这里a是常数，求ρ_{YZ}。

解 $E(Y)=\int_0^{2\pi}\cos x\cdot\frac{1}{2\pi}dx=0$

$$E(Z)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos(x+a)dx=0$$

$$D(Z)=E[Y-E(Y)]^2=0$$

$$\operatorname{cov}(Y,Z)=E\{[Y-E(Y)][Z-E(Z)]\}$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos x\cdot\cos(x+a)dx=\frac{1}{2}\cos a$$

$$\rho_{YZ}=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{D(Y)}\sqrt{D(Z)}}=\cos a$$

(1)当$a=0$时，$\rho_{YZ}=1, Y=Z$，随机变量Y与Z之间存在线性关系；(2)当$a=\pi$时，$\rho_{YZ}=-1, Y=-Z$,随机变量Y与Z之间存在线性关系；(3)当$a=\frac{\pi}{2}$或$a=\frac{3\pi}{2}$，$\rho_{YZ}=0$随机变量Y与Z之间不存在线性关系；但存在$X^2+Y^2=1$，因此随机变量Y与Z不相互独立。

在概率论与数理统计中，两个随机变量 X，Y之间相互关系，大致有下列 3 种情况：

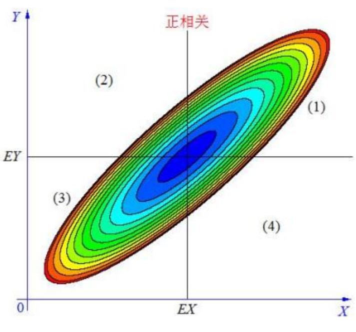

图 1

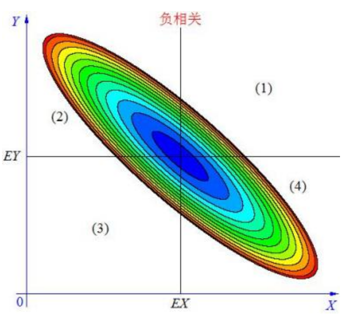

图 2

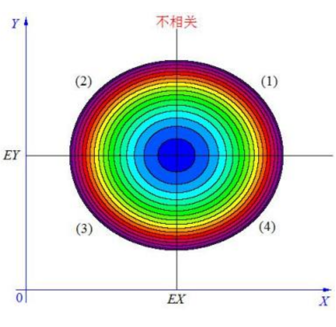

图 3

若 X，Y的分布如图 1 时，可以得出若X越大Y也就越大，X越小Y也越小，对于第一情况可以称为“正相关”。

若X，Y的分布如图 2 时，通过分析得出：若X越大Y反而越小，若X越小Y反而越大，对于这种情况，可以称为“负相关”。

若X，Y的分布如图 3 时，通过图 3 可以看出：这种类型既不是X越大Y也越大，也不是X 越大 Y反而越小，分析得出这种情况称之为“不相关”。

在讲解相关系数ρ_{XY}的过程时，通过介绍量纲不同所带来的差异，对此需要进行标准化处理，从而引入随机变量X，Y相关系数的概念。对于这种方法相比于直接介绍相关系数的公式及概念，通过推导公式，更能吸引学生学习的兴趣，从而使得学生对知识点的掌握更加通俗易懂，可以培养学生务实求学的精神。

2.4 点估计，估计量的评价标准

在点估计以及估计量等相关概念的讲解过程中，通过引入杂家名著“以小见大，见一叶落叶，而知岁之将暮，睹瓶中之冰，而知天下之寒”来解释点估计的概念，其中的“以小见大”实际上就是根据小部分来推断总体，同理“一叶知秋”这个成语，也可以用来解释点估计这个概念，看到一片叶子就可以推断其他地方也在落叶，从而说明秋天到了。这就是点估计，即根据一个样本推论总体。

在估计方法中有一种方法比较古老，就是矩估计法，它就是用样本矩来作为总体矩的一种估计方法。

一般设总体$X \sim F(x,\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l)$, 其中$\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l$全部未知。

2.4.1 若总体X的k阶矩$\mu_k = E(X_k)$，$1 \le k \le l$均存在，则

$$\mu_k = \mu_k(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l), 1 \le k \le l$$

2.4.2 令$\begin{cases} \mu_1(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l) = A_1, \\ \mu_2(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l) = A_2, \\ \cdots\cdots \\ \mu_l(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_l) = A_l, \end{cases}$ 其中A_k，$1 \le k \le l$为k阶矩

例 3 在期末考试成绩中随机抽 9 个学生的成绩，如下表所示，求解该班级成绩的平均分数、标准差的矩估计值。

表 1

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
分数	94	89	85	78	75	71	65	63	55

解 X为该班学生的成绩，$\mu = E(X), \sigma^2 = D(X)$，则

$$\overline{X} = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} x_i = 75$$

$$\sqrt{\frac{8}{9}S^2} = \left[\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(x_i - \overline{X})^2\right]^{1/2} \approx 12.14$$

$$\begin{cases} \mu_1 = E(X) = A_1 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} x_i \\ \mu_2 = E(X^2) = A_2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} x_i^2 \end{cases}$$

$$E(X^2) = D(X) + [E(X)]^2 = \sigma^2 + \mu^2$$

$$\hat{\mu} = \overline{X}，\hat{\mu}^2 = A_2 - (\hat{\mu})^2 = A_2 - (\overline{X})^2 = \frac{8}{9}S^2$$

通过计算该班学生的平均成绩的矩估计值为$\hat{\mu} = \overline{X}$=75 分，标准差的矩估计值

$$\sqrt{\frac{8}{9}S^2} = \left[\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{9}(x_i - \overline{X})^2\right]^{1/2} \approx 12.14。$$

上述多个事件的独立性、泊松分布、数学期望等一系列概念通过引入生活中的实例，让学生清楚了解到概率论知识在生活中无处不在，帮助学生树立正确的价值观，无论在学习还是以后的实践工作中，都要有大局意识，要严格要求自己。

3 概率论与数理统计课程教学改进建议

针对高校开设的概率论与数理统计这门课在教学中对课程思政的融入所存在的问题，建议从以下几个方面进行改进：

3.1 在这门课程的教学过程中应巧妙融入思政教育，在课堂教学过程中设计一些互动性强的课堂活动。

3.2 课程教学过程中，注重人才培养的需要，让学生能够将本课程与将来的工作联系起来，让学生清楚所学课程与实际生活之间的联系，调动学生学习的积极性以及激励学生在学习的过程中树立奋斗的目标。

总之，探讨概率论与数理统计这门课程的课程思政融入方式以及教学过程中如何恰当融入课程思政是非常有必要，高校的思政教育课程是对教育本质的回归，需要在教学过程中不断提升教学质量，传授学科知识以及更好的实现教书育人的目标。

[参考文献]

[1]张宇,姜雄,李芳芳.基于课程思政理念的概率论与数

文章类型：论文 | 刊号（ISSN）：2630-4686 /（中图刊号）：380GL020

理统计案例设计[J].大学数学,2024,40(03):114-122.

[2]孙鸿雁,赵明,王翠香.以学生为中心的概率论与数理统计教学创新和实践[J].高教学刊,2024,10(16):107-110.

[3]王磊,李娜.智慧教学模式赋能概率论与数理统计教学改革[J].高教学刊,2024,10(15):38-41

[4]颜荻荻.应用型高校概率论与数理统计课程改革探索[J].教育信息化论坛,2024,(02):63-65.

[5]赵月玲,穆日磊,尤慧,丁杰.高校“概率论与数理统计应用”课程思政教学育人探究[J].山西能源学院学报,2024,37(01):7-9.

[6]毛华.高校数学课堂教学与思政课建设的协同效应之探索[J].高教学刊,2020(14):70-73.

[7]陈瑞,李贵平.文化视角下的直觉教学:概率论与数理统计课程的教学创新研究[J].楚雄师范学院学报，2024,39(03):142-149.

[8]王鹏飞,殷凤.基于课程思政的概率论案例教学实践[J].忻州师范学院学报,2022,38(02):84-87.

作者简介：

姓名：杨美丽（出生年 1992—），性别：女，民族：汉族，籍贯：陕西，单位全称：新疆理工学院， 职称：助教，研究方向：统计学。

课题项目：

2023 年新疆理工学院教学改革研究项目：智慧化教育视域下大学数学课程的教学改革与创新研究——以新疆理工学院为例（校级普通项目）；项目编号：PT-2023029.